

مدل سازی و پیش بینی نوسانات بازار سهام با استفاده از

مدل انتقالی گارچ مارکف

مینو نظیفی نایینی^۱

شهرام فتاحی^۲

سعید صمدی^۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۹/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۷/۲۹

چکیده

در این مطالعه، قدرت برازش و قدرت پیش بینی مجموعه‌ای از مدل‌های انتقالی گارچ مارکف -SW-GARCH، با استفاده از داده‌های بازار بورس اوراق بهادار تهران، طی سال‌های ۹۰-۱۳۷۶ مقایسه می‌شود. در این مقاله، از مدل انتقالی گارچ مارکف برای پیش بینی نوسانات در بازار بورس اوراق بهادار تهران در افق‌های پیش‌بینی کوتاه مدت شامل یک‌روزه و پنج‌روزه (هفته‌ای) و دوره بلندمدت شامل ده‌روزه و ۲۲روزه استفاده شده است. علت استفاده از این مدل‌ها آن است که برای همه شاخص‌های مدل، امکان چرخش یا انتقال بین دو رژیم پرنوسان و کم‌نوسان وجود دارد. به همین دلیل، هم توزیع گوسی (نرمال) و هم دو توزیع دنباله پهن (t-استیودنت و GED) برای خطاها در نظر گرفته شده است. درجه آزادی نیز بین دو رژیم نوسان تغییرپذیر تعبیه شد تا چولگی احتمالی وابسته به زمان نیز در نظر گرفته شود. نتایج تجربی نشان می‌دهد برای پیش‌بینی نوسانات بازار سهام ایران، عملکرد مدل‌های SW-GARCH با توزیع خطای t و با درجه آزادی متغیر بین دو رژیم، بسیار بهتر از مدل‌های گارچ معمولی است. حتی در برازش و بررسی‌های داخل نمونه‌ای نیز این نوع از مدل‌های انتقالی مارکف، رتبه اول را در زمینه قدرت برازش به خود اختصاص دادند.

واژگان کلیدی: بوستترپ، پیش‌بینی خارج از نمونه‌ای، تابع زیان آماری، توزیع دنباله‌های پهن، مدل انتقالی گارچ مارکف، نوسانات.

JEL: C53, C22, C32, M52, E37.

۱. کارشناس ارشد اقتصاد، Email: minoonazifi@gmail.com

۲. استادیار گروه اقتصاد دانشگاه رازی، Email: sh_fatahi@yahoo.com

۳. استادیار گروه اقتصاد دانشگاه اصفهان، Email: samadi_sa@yahoo.com

۱. مقدمه

امروزه به مدل‌های انتقالی مارکف در مدل‌سازی اقتصاد بسیار توجه شده است؛ زیرا شواهد تجربی بسیاری نشان می‌دهد تغییرات ساختاری و غیرخطی و ویژگی پویایی بسیاری از سری‌های زمانی را از طریق این مدل‌ها می‌توان مشاهده کرد. در این بین، رفتار پویای سری‌های زمانی اقتصاد خرد به غیرخطی بودن در مراحل چرخه تجاری بستگی دارد و بیشترین کاربرد آن، در تثبیت و تشخیص رفتار انتقال رژیم‌ها در رکود و رونق اقتصادی است. به دلیل وجود تأثیرات متقارن موجود در میانگین و تغییرات واریانس شرطی، رفتار پیچیده سری‌های زمانی مالی به سختی به صورت خطی ثبت می‌شود. در دو دهه اخیر، این رفتارها با تکنیک مدل‌سازی غیرخطی برای داده‌های بازار مالی بررسی شده و بیشتر، بر مدل‌سازی واریانس شرطی متمرکز بوده است. نکته درخور توجه اینکه مدل‌سازی غیرخطی مناسب برای میانگین شرطی برای جلوگیری از تعیین اشتباه واریانس شرطی مهم است. در این مطالعه، استفاده ترکیبی از مدل با میانگین شرطی و واریانس شرطی مدنظر قرار گرفته است.

تکنیک چرخشی مارکف اجازه می‌دهد به پرسش‌های متعدد جدید و جالبی پاسخ داده شود: آیا می‌توان رژیم‌های متفاوت را در بازدهی‌های بازار سهام تشخیص داد؟ چگونه رژیم‌ها تغییر می‌کند؟ هرچند دفعه یک‌بار رژیم‌ها چرخش می‌کنند یا منتقل می‌شوند و این انتقال چه زمانی اتفاق می‌افتد؟ پس از اینکه انتقالی رخ داد و متغیر حالت مشاهده شد، می‌توان بازدهی‌ها را پیش‌بینی کرد؟ شاخص‌های مدل از روش حداکثر راست‌نمایی برآورد می‌شود (مطالعات انگل و همیلتون، ۱۹۹۰).^۱ اقتصادسنج فرض می‌کند این انتقال‌ها به‌طور مستقیم مشاهده نمی‌شود. در عوض باید نوعی استنتاج احتمالی داشته باشد که این چرخش و تغییرات، ممکن است کی و کجا اتفاق بیفتد و این استنتاج براساس رفتار مشاهده‌شده از خود سری ایجاد می‌شود. هدف اصلی مدل‌سازی نوسانات، پیش‌بینی نوسانات است.^۲ بنابراین این موضوع نیز بررسی می‌شود که آیا مدل‌های SW-GARCH در پیش‌بینی دقت نوسانات بازار سهام ایران مشارکت می‌کنند؟ همچنین برای مقایسه عملکرد پیش‌بینی‌های مختلف از هفت تابع زیان آماری استفاده می‌شود.

مطالعات تجربی نشان می‌دهد برآورد شاخص‌های مدل گارچ معمولاً درجه زیادی از سازگاری را در نوسانات شرطی بازدهی‌های مالی ارائه می‌کند.^۳ به عقیده همیلتون و ساسمل^۴ در ۱۹۹۴، مشکل

1. Engle & Hamilton, 1990.

۲. برای مرور کاملی بر پیشینه موضوع پیش‌بینی نوسانات نک: Poon & Granger, 2003.

3. Engle & Bollerslev, 1993, Bing & Granger, 1996, Engle & Patton nv, 2000.

4. Hamilton & Susmel, 1994.

سازگاری جعلی زیاد مدل های گارچ می تواند با ترکیب مدل های رژیم انتقالی مارکف با مدل های خانواده آرچ حل شود. به این ترتیب، در ابتدا مدل های آرچ رژیم انتقالی مارکف یا سوآرچ (SWARCH) معرفی شد. سپس گری^۱ در سال ۱۹۹۶ و داکر^۲ در ۱۹۷۷، این روش را برای مدل های گارچ گسترش دادند و در قالب سوگارچ (SW-GARCH) معرفی کردند. در ایده ورای مدل انتقالی، هرچه وضعیت بازار تغییر کند، عوامل مؤثر در نوسانات هم تغییر می کنند؛ برای مثال فرایند نوسانات شرطی در بحران یا رکود، نسبت به وضعیت عادی بازار به صورت کاملاً متفاوتی رفتار می کند. در مجموعه سوگارچ،^۳ سطوح نوسان بین دو سطح رژیم پرنوسان و رژیم کم نوسان تغییر می کند. ممکن است بیشتر از دو رژیم هم وجود داشته باشد؛ اما برای سادگی فرض می شود فقط دو رژیم وجود دارد. همه شاخص های مدل گارچ، در هر رژیم، مقادیر متفاوتی را می گیرند. این مدل ها برخلاف مدل هایی با متغیر دامی که تغییرات زمانی از پیش تعیین شده دارند، در اینجا رژیم ها متغیرهای مشاهده ناشدنی اند و متغیر حالت نامیده می شود. این متغیر حالت در حین اینکه دیگر متغیرها با استفاده از روش حداکثر درست نمایی برآورد می شوند، می تواند برآورد شود.

در این مطالعه، مدل های رژیم چرخشی GARCH مارکف به عنوان ابزاری مناسب برای تحلیل و پیش بینی نوسانات بازار سهام ارائه می شود. این مدل اجازه می دهد میانگین و واریانس شرطی براساس یک زنجیره مارکف مرتبه اول بین دو حالت چرخش و انتقال کند. مدل سازی بازدهی های سهام نقش بسیار مهمی در پژوهش ها ایفا می کند. نتایج پیش بینی این مدل عاملی اساسی در مدیریت ریسک و بحران و همچنین برای سیاست گذاران مالی است. امروزه این واقعیت کاملاً نهادینه شده است که نوسانات مالی، نوعی فرایند تصادفی با درجه ای مشخص از پایداری در نوسانات بازدهی سهام است. هدف استفاده از مدل چرخشی مارکف این است که از طریق جزء تصادفی مدل می توان چرخش ها و تغییرات ناپیوسته تصادفی را مدل سازی کرد و اجازه می دهد در فرایند پیش بینی از اطلاعات شرطی استفاده کرد. شایان ذکر است که این جزء تصادفی متغیر تصادفی حالت همان رژیم است و از فرایند مارکف پیروی می کند. هدف کاربردی دیگر اینکه برای پیش بینی بهتر است از پیش بینی متغیر حالت، با توزیع وابسته به زمان (شرطی) استفاده شود.

-
1. Gray
 2. Duaker
 3. SW-GARCH

۲. پیشینه مطالعاتی

در ایران مطالعات فراوانی درباره مدل‌های گارچ در بازار سهام انجام شده است؛ ولی در زمینه گارچ انتقالی مارکف مطالعه‌ای وجود ندارد و فقط دو مطالعه در زمینه رویکرد انتقالی مارکف ساده انجام شده است. فرزین‌وش و شکوری (۱۳۸۸) در پایان‌نامه «بازدهی سهام و تورم در ایران، به بررسی رابطه میان نرخ تورم و بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران، با استفاده از مدل اتورگرسیون برداری مارکف سوئیچینگ پرداخته‌اند. ابونوری و عرفانی (۱۳۸۷) نیز در مقاله «الگوی چرخشی مارکف و پیش‌بینی احتمال وقوع بحران نقدینگی در کشورهای عضو اوپک»، با استفاده از الگوی چرخشی مارکف، نوعی الگوی هشداردهنده پیش از وقوع برای آن‌ها برآورد کردند. امید است این مطالعه اساسی برای مدل‌سازی گارچ انتقالی مارکف در ایران باشد. در دهه اخیر، مطالعات خارجی فراوانی درباره مدل‌های مارکف سوئیچینگ انجام شده است؛ اما از میان مطالعات خارجی نیز فقط دو موضوع زیر با مدل‌های گارچ انتقالی مارکف مرتبط است:

- کاراداز، در سال ۲۰۰۸، هر دو مدل گارچ تک‌رژیمه و گارچ چرخشی مارکف را برای بازار سهام ترکیه بررسی کرد. سپس با توابع زیان مختلف به پیش‌بینی نوسانات از این دو روش پرداخت و پیش‌بینی خارج از نمونه را بررسی کرد.

- مارکوزی، در سال ۲۰۰۵، مجموعه‌ای از مدل‌های گارچ و E-گارچ و GJR-گارچ و گروهی از مدل‌های SW-GARCH را در توانایی آن‌ها در پیش‌بینی نوسانات برای داده‌های امریکا در دوره‌های یک‌روزه و یک‌ماهه پیش‌بینی کرد. مطالعه حاضر براساس مطالعه مارکوزی انجام شده است.

۳. مبانی نظری

۱.۳. مدل‌های انتقالی

در این بخش توضیح مختصری درباره نحوه آزمون فرضیه‌ها ارائه می‌شود. بازار سهام و نوسانات بازدهی سهام را می‌توان به دو رژیم تقسیم کرد: $S_t=1$ برای رژیم اول؛ $S_t=2$ برای رژیم دوم. اگر r_t سری بازدهی‌های مالی باشد و از مدلی با شکست‌های ساختاری پیروی کند:

$$r_t = \begin{cases} c_1 + \alpha_1 x_t + u_t & \text{if } s_t=1 \\ c_2 + \alpha_2 x_t + u_t & \text{if } s_t=2 \end{cases}$$

به صورت خلاصه: $r_t = C_{s_t} + \alpha_{s_t} x_{s_t} + u_{s_t}$ که است $u_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$ و x یک متغیر

یا متغیرهای برونزا است و اگر فرایند در رژیم ۱ باشد، $s_t=1$ است. اگر فرایند در رژیم ۲ باشد، $s_t=2$ است. ابتدا تابع چگالی احتمال توأم بازدهی های I_t و متغیر مشاهده ناشدنی رژیم ها به صورت زیر ساخته می شود:

$$f(r_t, s_t | \psi_{t-1}) = f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) f(s_t | \psi_{t-1}) \quad (۱)$$

که ψ_{t-1} به همه اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ برمی گردد و $f(r_t | s_t, \psi_{t-1})$ به وسیله معادله ۲ داده شده است. در مرحله دوم، تابع چگالی احتمال حاشیه ای (I_t) به صورت زیر ساخته می شود:

$$\begin{aligned} f(r_t | \psi_{t-1}) &= \sum_{s_t=1}^2 f(r_t, s_t | \psi_{t-1}) = \sum_{s_t=1}^2 f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) f(s_t | \psi_{t-1}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(r_t - c_1 - \alpha_1 x_t)^2}{\sigma_1^2}\right) \cdot \Pr(s_t = 1 | \psi_{t-1}) \end{aligned} \quad (۲)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(r_t - c_2 - \alpha_2 x_t)^2}{\sigma_2^2}\right) \cdot \Pr(s_t = 2 | \psi_{t-1})$$

بنابراین تابع لگاریتم درست نمایی به صورت زیر نوشته می شود:

$$L = \sum_{t=1}^T \ln \left(\sum_{s_t=1}^2 f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) \Pr(s_t | \psi_{t-1}) \right). \quad (۳)$$

عبارت $\Pr(s_t = i | \psi_{t-1})$ برای $i=1, 2$ در معادله ۵-۳، احتمالات رژیم نامیده می شود و احتمالاتی است براساس همه اطلاعات موجود تا زمان $t-1$. فرایند در زمان t در رژیم i قرار دارد. متغیر حالت یا رژیم s_t از یک فرایند مارکف پیروی می کند و متغیری تصادفی و مشاهده ناپذیر است. فرایند انتقالی مارکف دو رژیم به صورت زیر است. این معادله به صورت اتورگرسیو بیان شده؛ چون متغیر وابسته با تأخیر وارد مدل شده است، به خصوص که بازدهی سهام حتماً تحت تأثیر مقادیر دوره های قبل قرار می گیرد:

$$R_{it} = \alpha_0 (1 - S_t) + \sum \alpha_i (S_t) R_{t-i} + [\sigma S_t] \varepsilon_{it}$$

ε_{it} متغیرهای مستقل و با توزیع یکسان گوسی است. S_t متغیر حالت است که از زنجیره مارکف مرتبه اول پیروی می کند. انتقال در رژیم، چرخش در میانگین و چرخش در واریانس و چرخش

همزمان در میانگین و واریانس را مجاز می‌داند. معادلات زیر بیانگر این است که متغیر تصادفی و مشاهده‌ناشدنی رژیم‌ها S_t از زنجیره مارکف مرتبه اول پیروی می‌کند.

$$\begin{aligned} \Pr(S_t=1 | S_{t-1}=1) &= q & \Pr(S_t=2 | S_{t-1}=1) &= 1-q \\ \Pr(S_t=2 | S_{t-1}=2) &= p & \Pr(S_t=1 | S_{t-1}=2) &= 1-p \end{aligned}$$

p, q احتمالات انتقال است. برآورد شاخص‌ها از روش حداکثر درست‌نمایی انجام می‌شود. این برآوردها برای احتمالات p, q به صورت زیر است:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{t=2}^T pr(S_t = 2, S_{t-1} = 2 | \hat{e}_t)}{\sum_{t=2}^T pr(S_{t-1} = 2 | \hat{e}_t)} \quad \hat{q} = \frac{\sum_{t=2}^T pr(S_t = 1, S_{t-1} = 1 | \hat{e}_t)}{\sum_{t=2}^T pr(S_{t-1} = 1 | \hat{e}_t)}$$

میانگین طول هر رژیم نیز از فرمول $d_i = (1 - p_{ii})^{-1}$ به دست می‌آید. در مطالعه حاضر، از مدل گارچ رژیم چرخشی مارکف استفاده شده که کلاس‌ن ارائه کرده است. تصریح کلاس‌ن برای واریانس شرطی می‌تواند به صورت زیر نشان داده شود:

$$\begin{aligned} h_{t, S_t=i} &= \alpha_{0, S_t=i} + \alpha_{1, S_t=i} u_{t-1}^2 + \beta_{1, S_t=i} h_{t-1} \\ &= \alpha_{0, S_t=i} + \alpha_{1, S_t=i} u_{t-1}^2 + \beta_{1, S_t=i} E(h_{t-1} | s_t = i) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن:

$$E(h_{t-1} | s_t = i) = \sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji, t-1} [\mu_{St-1=j}^2 + h_{t-1, St-1=j}] - \left[\sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji, t-1} [\mu_{St-1=j}^2] \right]^2 \quad (5)$$

و احتمالات $\tilde{p}_{ji, t-1}$ در معادله ۵ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\tilde{p}_{ji, t-1} = \Pr(s_{t-1} = j | s_t = i, \psi_{t-1}) = \frac{p_{ji} \Pr(s_{t-1} = j | \psi_{t-1})}{\Pr(s_t = i | \psi_{t-1})} \quad (6)$$

که $p_{ji} = \Pr(s_t = i | s_{t-1} = j)$ است برای $i=1, 2$

در مدل سوگارچ با دو رژیم، پیش بینی نوسانات برای k مرحله جلوتر به شرط اطلاعات موجود در زمان $T-1$ به صورت زیر است (مارکوزی: ۲۰۰۵):^۱

$$\hat{h}_{T,T+k} = \sum_{i=1}^2 \Pr(s_{T+k} = i | \psi_{T-1}) \hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i} \quad (۷)$$

که $\hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i}$ پیش بینی k مرحله جلوتر از نوسانات در رژیم i بوده که در زمان T است و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\hat{h}_{T,T+k, s_{T+k}=i} = \alpha_{0,ST+k=i} + (\alpha_{1,ST+k=i} + \beta_{1,ST+k=i}) E_{T-1}(\hat{h}_{T,T+k-1} | s_{T+k} = i). \quad (۸)$$

همچنین عبارت $\sum_{i=1}^2 \Pr(s_{T+k} = i | \psi_{T-1})$ در معادله ۸ نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\left[\frac{\Pr(s_{T+k} = 1 | \psi_{T-1})}{\Pr(s_{T+k} = 2 | \psi_{T-1})} \right] = P^{k+1} \left[\frac{\Pr(s_{T-1} = 1 | \psi_{T-1})}{\Pr(s_{T-1} = 2 | \psi_{T-1})} \right] \quad (۹)$$

در نهایت برای محاسبه قسمت انتظاری $E_{T-1}(\hat{h}_{T,T+k-1} | s_{T+k} = i)$ در معادله ۸ به محاسبه نیاز است، بنابراین:

$$\Pr(s_{T+k-1} = j | s_{T+k} = i, \psi_{T-1}) = \frac{p_{ji} \Pr(s_{T+k-1} = j | \psi_{T-1})}{\Pr(s_{T+k} = i | \psi_{T-1})} \quad (۱۰)$$

با احتمال $p_{ji} = \Pr(s_t = i | s_{t-1} = j)$ برای $j, i=1, 2$ علاوه بر این از آزمون ARCH انگل^۲ استفاده شده است. این نتایج نیز تأیید کرد که شواهد محکمی دال بر ناهمسانی واریانس وجود دارد. بنابراین استفاده از مدل های خانواده GARCH برای واریانس شرطی صادق است. برای آزمون سطح معناداری خودهمبستگی، از آزمون Q ال جانگک و باکس (LBQ)^۳ (۱۹۸۷) استفاده شده است. براساس نتایج آزمون Q، فرض صفر بیانگر این است که هیچ همبستگی سریالی وجود ندارد. همبستگی سریالی در مربعات بازدهی ها نشان می دهد واریانس ناهمسانی شرطی وجود دارد. بنابراین، اهمیت خودهمبستگی در سری بازدهی های تعدیل شده با

1. Marcucci.

2. Engle's ARCH test, 1982.

3. LJung & Box Q Test, LBOQ.

میانگین مورد تحلیل قرار می گیرد. به عبارت دیگر، مقدار آماره $(rt-\mu)^2$ به وسیله آزمون LBQ ارزیابی می شود.

بعد از اجرای آزمون های اولیه، مدل های ARCH و GARCH تعیین و تخمین زده می شود. ابتدا با اجرای آزمون ناهمسانی واریانس LM، طبق پیشنهاد انگل (۱۹۸۲)، رتبه مناسب مدل های ARC و GARCH تعیین می شود. با اجرای این آزمون و با توجه به معیار آکائیک شوارتز که کمترین آکائیک را دارد و مناسب تر است، مدل $GARCH(1,1)$ انتخاب شد.

زنجیره های مارکف نوع خاصی از فرایند تصادفی است که به طور وسیعی برای بررسی تغییرات هر سیستم طی زمان به کار می رود. با استفاده از زنجیره مارکف مرتبه اول برای متغیر حالت S_t ، نتایج و مشاهدات به دو دسته پرنوسان و کم نوسان تقسیم می شود. تبدیلات و انتقال بین این دو حالت را با ماتریس احتمالات انتقال نشان می دهند. در این مدل روی غیرخطی بودن تمرکز می کنیم. غیرخطی بودن وقتی ایجاد می شود که فرایند در رابطه با یک انتقال گسترده در طول بخش های رژیم باشد که رفتار پویای سری به وضوح دارای تفاوت است.

۲.۳. تصریح مدل های گارچ انتقالی مارکف

مدل های SW-GARCH به وسیله توزیع های نرمال (N) و توزیع t استیودنت و GED برای خطاها برآورد می شود. میانگین شرطی در اینجا نیز به صورت $r_t = \mu + u_t$ است. واریانس شرطی برای مدل گارچ انتقالی مارکف به صورت زیر است. σ^2 بیانگر واریانس غیر شرطی در هر رژیم بوده که با واریانس شرطی برابر است.

$$E(h_{t-1} | s_t = i) = \sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji,t-1} [\mu_{St-1=j}^2 + h_{t-1, St-1=j}] - \left[\sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji,t-1} [\mu_{St-1=j}^2] \right]^2$$

برای هر رژیم، مقدار $\alpha_0^{(i)}$ با معادله زیر محاسبه و جایگذاری می شود:

$$\sigma^{(i)} = (\alpha_0^i / (1 - \alpha_1^i - \beta_1^i))^{1/2}$$

π احتمال غیر شرطی بودن در رژیم اول و دوم است و به صورت زیر نشان داده می شود:

$$p(s_t = 1) = \frac{1-p}{2-p-q} \quad p(s_t = 2) = \frac{1-q}{2-p-q}$$

۳.۳. عملگر مانای بوتسترپ^۱

بوتسترپ تکنیکی جایگزین برای توزیع برآورد یک برآوردگر یا آماره است در زمانی که فرضی توزیعی خاص و دقیقی درباره داده وجود داشته باشد (افرون^۲، ۱۹۷۹ و ۱۹۸۲). این روش وقتی به کار گرفته می‌شود که روش‌های مرسوم معتبر نباشد یا اندازه نمونه کوچک باشد. ایده بوتسترپ تولید نمونه‌های تکراری بسیاری به وسیله نمونه‌گیری مکرر با جایگزینی داده‌های قبلی است. اندازه نمونه به همان اندازه نمونه از داده‌های اصلی است.

۴. نتایج تجربی

۴.۱. معرفی داده‌ها

مجموعه داده‌های به کار رفته در این مطالعه، قیمت سهام در روزهای باز بازار سهام، یعنی پنج روز در هفته، در طول دوره ۱۳۷۶/۶/۷ تا ۱۳۹۰/۱/۱۴ است. همچنین از شاخص قیمت کل (TEPIX) برای قیمت سهام استفاده شده است. داده‌ها به دو دوره تقسیم می‌شود: داده‌های مربوط به دوره تخمین از ۱۳۷۶/۶/۷ تا ۱۳۸۸/۵/۱۸ با ۲ هزار و ۷۹۳ مشاهده و داده‌های مربوط به دوره پیش‌بینی حدود یک سال و نیم از ۱۳۸۸/۱/۱۹ تا ۱۳۹۰/۱/۱۴ با چهارصد مشاهده تقسیم شده است. هدف از تقسیم‌بندی داخل نمونه‌ای، تخمین و برآورد مدل‌های داخل نمونه‌ای است. برای پیش‌بینی نیز از تقسیم‌بندی خارج از نمونه‌ای استفاده شده است. داده‌های قیمت روزانه با روش استاندارد زیر به بازدهی‌های روزانه تبدیل شده است:

$$r_t = 100 * LN\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

۴.۲. فرضیه‌های تحقیق

- مدل‌های گارچ انتقالی مارکف، با توزیع خطای با دنباله پهن، نوسانات بازار سهام ایران را نسبت به سایر مدل‌های گارچ انتقالی بهتر مدل‌سازی می‌کنند.
- دقت پیش‌بینی مدل‌های گارچ انتقالی مارکف با توزیع خطای پهن درمقایسه با سایر مدل‌های گارچ انتقالی مارکف بیشتر است.
- درجه نوسان‌پذیری (پایداری) مدل‌های گارچ انتقالی مارکف با توزیع خطای t کمتر است.

1. Bootstrap.

2. Efron.

برای سنجش فرضیه اول از معیارهای اطلاعات شامل AIC و BIC، در فرضیه دوم برای بررسی دقت پیش‌بینی، از هفت تابع زیان آماری از قبیل معیارهای MAE و RMSE و در فرضیه سوم از معیارهای سنجش پایداری استفاده شده است.

۳.۴. خودهمبستگی و تأثیرات آرچ

تابع خودهمبستگی^۱ (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی (PACF)^۲ برای بازدهی‌ها و مربعات بازدهی‌ها در جدول ۱ آمده است. تمام مقادیر ACF و PACF بسیار کوچک هستند. مقادیر کم خودهمبستگی بیانگر این است که سری بازدهی‌ها تقریباً ناهمبسته است. همچنین همبستگی معنی‌داری در بازده مربعات وجود دارد و وجود این همبستگی بین مربعات بازدهی‌ها نشان‌دهنده وجود همبستگی سریالی در نوسانات است. آماره LM برای آزمون اثر ARCH در وقفه‌های مختلف استفاده می‌شود. فرض صفر این است که هیچ اثری از ARCH وجود ندارد و این آماره دارای توزیع F است. در این جدول، LM(q) برای تأثیرات ARCH در پسماندهای حاصل از رگرس کردن سری بازدهی‌ها روی یک ثابت است.

جدول ۱. نتایج همبستگی سری بازدهی‌ها و همبستگی سریالی

سری مربعات بازدهی‌ها				سری بازدهی‌ها				وقفه‌ها
p-value	آماره LQB	PACF	ACF	p-value	آماره LQB	PACF	ACF	
۰/۰۰	۱۲۳/۸۴	۰/۱۹۷	۰/۱۹۷	۰/۰۰	۵۴۴/۲۱	۰/۴۱۳	۰/۴۱۳	۱
۰/۰۰	۲۵۴/۶۵	۰/۰۲۲	۰/۰۵۵	۰/۰۰	۱/۱۰۲۸	۰/۰۳۱	۰/۱۴۳	۵
۰/۰۰	۳۰۵/۲۱	۰/۰۳۱	۰/۰۶۴	۰/۰۰	۱۴۹۵/۶	۰/۰۶۱	۰/۱۹۳	۱۰
۰/۰۰	۳۸۸/۷۱	۰/۰۰۸	۰/۰۵۰	۰/۰۰	۱۷۵۹/۶	۰/۰۴۱	۰/۱۰۹	۱۵
۰/۰۰	۴۵۵/۷۶	۰/۰۳۳	۰/۰۷۱	۰/۰۰	۱۹۶۴/۵	-۰/۰۰۲	۰/۱۰۲	۲۰
۰/۰۰	۴۹۰/۹۹	-۰/۰۰۲	۰/۰۳۴	۰/۰۰	۲۰۴۶/۶	۰/۰۰۷	۰/۰۶۵	۲۵

منبع: محاسبات تحقیق

نتایج آزمون ARCH انگل^۳ نیز تأیید کرد که شواهد محکمی دال بر ناهمسانی واریانس وجود دارد. بنابراین استفاده از مدل‌های خانواده GARCH برای واریانس شرطی صادق است. برای آزمون سطح معناداری خودهمبستگی، از آزمون Q ال جانگ و باکس (LBQ)^۴ (۱۹۸۷) استفاده شده است.

1. Auto Correlation Function.
2. Partial Auto Correlation Function.
3. Engle's ARCH Test.
4. Ljung & Box Q Test, LBOQ.

براساس نتایج آزمون Q، فرض صفر این است که هیچ همبستگی سریالی وجود ندارد و براساس نتایج، تا وقفه پنجاهم با سطح اطمینان ۹۵ درصد، فرض صفر رد نمی‌شود. همبستگی سریالی در مربعات بازدهی‌ها نشان می‌دهد واریانس ناهمسانی شرطی وجود دارد. بنابراین باید اهمیت خودهمبستگی در سری بازدهی‌های تعدیل‌شده با میانگین تحلیل شود؛ یعنی مقدار آماره $(It-\mu)^2$ محاسبه و بررسی می‌شود. این محاسبه به وسیله آزمون LBQ انجام می‌شود.^۱ در این قسمت، آزمون همبستگی باقیمانده‌ها توسط بریوش گادفری آمده است. این آزمون دارای توزیع F بوده و در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. نتایج حاصل از آزمون واریانس ناهمسانی بازدهی‌ها

وقفه‌ها	آماره آزمون LM ARCH	p-value	آماره آزمون Bruesch-Godfrey	p-value
۱	۱۰۶/۸۴	۰/۰۰	۶۵۴/۹۳	۰/۰۰
۵	۳۴/۴۴	۰/۰۰	۱۴۸/۷۶	۰/۰۰
۱۰	۱۸/۵۰	۰/۰۰	۸۴/۸۱	۰/۰۰
۱۵	۱۳/۶۸	۰/۰۰	۵۷/۵۲	۰/۰۰
۲۰	۱۰/۹۲	۰/۰۰	۴۳/۳۵	۰/۰۰
۲۵	۸/۷۹	۰/۰۰	۳۴/۷۲	۰/۰۰

منبع: محاسبات تحقیق

در جدول فوق، مقدار LBQ متناظر با آماره ال جانگک باکس^۲ آمده است که تأثیرات ARCH در بازدهی‌های سری TEPIX در ایران وجود دارد. مجموعه مدل‌های گارچ رقیب، هم با شاخص‌های وابسته به حالت یا رژیم^۳ و هم بدون این شاخص‌ها، با استفاده از روش شبه حداکثر درست‌نمایی^۴ (QML)، برآورد می‌شوند. واریانس شرطی و میانگین شرطی، هر دو به صورت توأم، با حداکثر کردن تابع لگاریتم درست‌نمایی برآورد شده که به عنوان لگاریتم خروجی تابع چگالی احتمال شرطی خطاهای پیش‌بینی محاسبه می‌شوند. برآوردهای ML به وسیله حداکثر کردن لگاریتم درست‌نمایی ارائه شده توسط پرایدن، فلچر، گلدفارب و شانو^۵ (BFGS) از الگوریتم بهینه‌سازی شبه نیوتون در قواعد بهینه‌سازی عددی در نرم‌افزار MATLAB به دست آمده است. بعضی از مراحل در

۱. این به آزمون ضریب لاگرانژ Bruesch-Godfrey باز می‌گردد.

2. Ljung –Box

3. State-dependent

4. Quasi-Maximum Likelihood

5. Broydenn, Fletcher, Goldfarb&Shanno

این مطالعه به زبان برنامه‌نویسی ++C نوشته شده است. در این برنامه، سرعت افزایش یافته و توانایی‌هایی که به‌طور مستقیم در نرم‌افزار MATLAB نیست، ایجاد می‌شود.

۴.۴. نتایج برآورد مدل‌های گارچ انتقالی

نتایج برآورد و خلاصه آمارها از مدل‌های SW-GARCH در جدول ۳ آمده است. تقریباً همه شاخص‌ها، در سطح اطمینان ۹۵ درصد، به‌طور معناداری با صفر فاصله دارند. در سطح اطمینان ۹۰ درصد، برآوردهای میانگین شرطی در رژیم پرنوسان SW-GARCH با توزیع‌های نرمال، t-استیودنت و GED به‌وضوح معنی‌دار هستند. ولی شاخص‌های ARCH و (α_1) ، در هر دو رژیم نوسانات مدل گارچ انتقالی مارکف، با خطای نرمال معنی‌دار هستند. برای بررسی دقت مدل‌های SW-GARCH، خودهمبستگی در پسماندهای استاندارد شده و مربعات پسماندهای استاندارد شده بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد فرض نرمال بودن برای خطاهای استاندارد شده در مدل SW-GARCH برای به تصویر کشیدن و ثبت ناهمسانی واریانس در بازار بورس اوراق بهادار تهران رد می‌شود. بنابراین در این مرحله، از مدل SW-GARCH با توزیع t-استیودنت و GED استفاده می‌شود.

برای مشاهده وجود رژیم‌های متفاوت، واریانس شرطی برای هر نوسان محاسبه می‌شود. براساس نتایج جدول ۳، برای مدل‌های SW-GARCH، واریانس شرطی رژیم پرنوسان چندین برابر بزرگ‌تر از رژیم‌های کم‌نوسان است؛ برای مثال مقدار واریانس شرطی مدل SW-GARCH با توزیع خطای t، در کم‌نوسان حدود ۰/۳۹۵ در رژیم‌های پرنوسان حدود ۶/۷۵ و حدود ۱۶ برابر رژیم‌های کم‌نوسان است. این یافته‌ها تأیید می‌کنند که فرایند نوسانات در بازار سهام ایران با دو رژیم متفاوت توصیف می‌شود. همچنین تفاوت زیاد بین واریانس هر رژیم گویای این است که در مدل‌های نوسانات، انتقال رژیم‌ها ضروری است. سطح نوسانات بلندمدت به برآوردهای شاخص ثابت α_0 بستگی دارد (الکساندر، ۲۰۰۱).^۱

نتایج جدول ۳ با این موضوع مطابقت دارد و بیانگر این است که تفاوت بسیاری بین برآوردهای α_0 در نوسانات هر رژیم وجود دارد. برآوردهای شاخص α_0 در هر رژیم پرنوسان، به‌طور تقریبی، چهار برابر بیشتر از مقدار α_0 در رژیم کم‌نوسان است؛ مثلاً در مدل گارچ انتقالی با توزیع t، مقدار این آماره در رژیم کم‌نوسان حدود ۰/۴۲۲ و برای رژیم پرنوسان حدود ۰/۲۳ برای خطای نرمال است. علاوه بر این، پویایی کوتاه‌مدت نوسانات به‌وسیله شاخص α_1 در مدل ARCH و شاخص β_1 در مدل

1. Alexnder.

GARCH تعیین می شود. براساس برآوردهای بزرگ β_1 ، اثر شوک ها در نوسانات در بلندمدت تحلیل می رود، بنابراین نوسانات پایدار است. مقادیر بزرگ α_1 واکنش در تغییرات قیمت اخیر را نشان می دهد (الکساندر: ۲۰۰۱، ۷۳).

جدول ۳. نتایج برآورد مدل های گارچ انتقالی مارکف

مدل های گارچ انتقالی مارکف (SW-GARCH)								
	Normal		t-استویدنت (۲)		t-استویدنت		GED	
	μ	σ^2	μ	σ^2	μ	σ^2	μ	σ^2
μ	۰/۰۶۸۸	-۰/۰۰۹۱	۰/۲۲۹۱	-۰/۰۴۰۹	۰/۲۳۰۴	-۰/۰۴۲۲	۰/۰۶۱۲	-۰/۰۰
آماره t	۱۱/۷۲	-۰/۱۳۶	۲۶/۰۶	-۶/۱۷۵	۲۶/۴۳	-۶/۲۶	۱۴۳/۵۰۶	-۰/۱۱۹
α_0	۰/۰۱۲۶	۰/۷۳۶۵	۰/۰۰۲۳	۰/۰۴۷۵	۰/۰۰۲۷	۰/۰۴۴۹	۰/۲۳۳۹	۰/۰۰۰۱
آماره t	۵/۲۰	۸/۱۴	۱/۶۳	۸/۴۶	۱/۷۷	۸/۹۳	۲/۶۶	۰/۵۳
α_1	۰/۴۷۷۸	۰/۶۰۱۷	۰/۱۳۱۱	۰/۸۲۴۳	۰/۱۲۷۶	۰/۸۰۲۷	۰/۰۲۰۸	۰/۰۰۰۱
آماره t	۹/۸۹	۴/۶۵	۵/۳۱	۶/۶۰	۵/۱۳۸	۷/۱۳۶	۰/۹۶	۰/۲۶
β_1	۰/۲۵۵۴	۰/۳۷۵۹	۰/۸۶۸۵	۰/۰۸۰۶	۰/۸۷۲۰	۰/۰۸۳۹	۰/۹۶۹۱	۰/۰۰۰۱
آماره t	۹/۸۶	۲/۵۱	۳۶/۷۴	۲/۱۳	۳۵/۲۷۴	۲/۲۱۴	۶۰/۵۳	۰/۸۳
P	۰/۸۸۴۰		۰/۹۶۹۲		۰/۹۶۸۱		۰/۳۱۰۴	
آماره t	۶۱/۷۶		۱۵۹/۵۵		۱۵۵/۰۱		۳۹/۲۸	
Q	۰/۰۰۷۱		۰/۹۷۲۹		۰/۹۷۲۸		۰/۹۶۹۱	
آماره t	۰/۱۱۸		۱۵۸/۰۲		۱۶۰/۲۳		۳/۵۸	
درجه آزادی	-		۳/۹۸	۳/۴۷	۳/۷۰۳۹		۰/۲۵۰۵	
آماره t	-		۱۲/۵۹	۱۱/۴۲	۱۷/۵۳		۱۴/۲۴	
Log(L)	۱۳۸۴/۶		۱۱۶۷/۷۳		۱۱۶۸/۳۶		۱۹۹۶/۱۵	
σ^2	۳۲/۸۷۹	۰/۰۴۷	۵/۷۵	۰/۴۹۹	۶/۷۵	۰/۳۹۵	۲۲/۱۶۸	۰/۰۰۰۱
π	۰/۸۹۵۳	۰/۱۰۴۶	۰/۴۶۸۰	۰/۵۳۱۹	۰/۴۶۰۲	۰/۵۳۹۷	۰/۰۴۲	۰/۹۵۷۱

منبع: محاسبات تحقیق

جدول ۳ احتمالات غیرشرطی هریک از مدل های SW-GARCH را گزارش می کند. منظور از رژیم های کم نوسان، رژیم های با احتمالات انتقال کمتر است و به همین صورت برای رژیم پرنوسان رژیم های با احتمالات انتقال بیشتر است. مقایسه رژیم های کم نوسان و پرنوسان در تمام مدل های SW-GARCH بیانگر این است که رژیم های نوسانات اولیه، برآوردهای α_1 کمتری، اما β_1 بیشتری در مقایسه با رژیم های نوسانات بعدی دارند. بنابراین فرایند GARCH در رژیم های کم نوسان، پرکارتر و با نوسان بیشتر بوده و پایداری کمتری از آنچه در رژیم پرنوسان است از خود نشان می دهد. به علاوه احتمالات شرطی بودن در رژیم پرنوسان و کم نوسان در مدل گارچ انتقالی با توزیع خطای t به ترتیب

برابر با ۰/۵۵ و ۰/۴۵ محاسبه شده است.^۱ همان‌طور که انتظار می‌رفت برای همه مدل‌های SW-GARCH میانگین شرطی بازدهی‌ها در رژیم‌های کم‌نوسان بیشتر از پرنوسان است. بنابراین نااطمینانی کمتر شاخص قیمت کل، این شانس را می‌دهد که عاملان متخصصان^۲ سود بیشتری ببرند. این موضوع اهمیت مدل‌های رژیم چرخشی را برای مدل‌سازی نوسانات نشان می‌دهد.

احتمال غیرشرطی بودن در رژیم اول π^1 است و این گونه تعریف می‌شود که نسبت به رژیم دومی نوسان کمتری دارد. همچنین بین حدود ۰/۰۴ و ۰/۰۸ در توزیع با خطای نرمال تغییر می‌کند. احتمالات غیرشرطی بودن در رژیم پرنوسان (رژیم دوم) π^2 بین حدود ۰/۱ در مدل با خطای نرمال و ۰/۹ در مدل با خطای GED تغییر می‌کند. برای نسخه مدل گارچ انتقالی با توزیع خطای t-استیودنت برای مدل SW-GARCH با درجه آزادی ثابت و بدون تغییر در بین رژیم‌ها، شکل شاخص درجه آزادی مدل کمتر از ۴ است. این درجه آزادی مربوط به مدل است و بیانگر این است که گشتاورهای شرطی تا سومین گشتاور وجود دارد (کاراداغ، ۲۰۰۸)؛ یعنی با مجاز دانستن شاخص‌های وابسته به حالت^۴ می‌توان انواع شکست‌ها و پرش‌ها را در داده‌ها مدل‌سازی کرد. در حالت GED، شاخص ۷ که منظور از آن درجه آزادی مدل است، بیشتر از حد آستانه‌ای با مقدار ۲ است. این میزان نشان می‌دهد توزیع دارای دنباله‌های پهن‌تر از نرمال است. این یافته با مفهوم دنباله‌های پهن همخوانی دارد. کشیدگی شرطی توزیع در حالت GED برابر با ۵/۱۳۴ است.^۵ مدل SW-GARCH با خطای t-استیودنت در نسخه‌ای که درجه آزادی بین رژیم‌ها ثابت نیست و بین رژیم‌ها تغییر می‌کند نیز ارائه شده است. این موضوع بیانگر کشیدگی متغیر با زمان^۶ است که در مطالعات هانسن^۷ (۱۹۹۴) و داکر^۸ (۱۹۹۷) مطرح شده است.

σ^2 بیانگر واریانس غیرشرطی در هر رژیم بوده و واریانس شرطی برابر است با:

$$E(h_{t-1}|s_t = i) = \sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji,t-1} [\mu_{St-1=j}^2 + h_{t-1,St-1=j}] - \left[\sum_{j=1}^2 \tilde{p}_{ji,t-1} [\mu_{St-1=j}^2] \right]^2$$

1. $p(s_t = 1) = \frac{1-p}{2-p-q}$, $p(s_t = 2) = \frac{1-q}{2-p-q}$

2. Practitioners

3. Mehmet Karadag.

4. State dependent

5. $\sigma^{(i)} = (\alpha_0^i / (1 - \alpha_1^i - \beta_1^i))^{1/2}$

6. Time Varying

7. Hansen.

8. Dueker.

برای هر رژیم، مقدار $\alpha_0^{(i)}$ با جایگزین می شود. π احتمال غیرشرطی بودن در رژیم دیگر است. پایداری شوک ها در i امین رژیم نیز نشان داده شده است و از فرمول های زیر محاسبه می شود:

$$p(s_t = 1) = \frac{1-p}{2-p-q} \quad p(s_t = 2) = \frac{1-q}{2-p-q}$$

۵.۴. پایداری (نوسان پذیری)

براساس فرضیه سوم، درجه پایداری مدل های گارچ انتقالی مارکف کمتر از مدل های گارچ تک رژیمه است؛ یعنی پایداری مدل های گارچ انتقالی مارکف بیشتر است. براساس نتایج جدول ۴، مدل های گارچ انتقالی، پایداری زیاد در نوساناتی را رفع می کنند که در مدل های گارچ وجود دارد و این پایداری را افزایش می دهند. مجموع ضریب شاخص های ARCH و GARCH در مدل های SW-GARCH درجه پایداری نوسانات را ارائه می کنند و این مقدار پایداری برای مدل های گارچ انتقالی مارکف به طور واضح بیشتر است. علاوه بر این، درجه پایداری $(\alpha_1 + \beta_1)$ در میان رژیم های کم نوسان در مقایسه با رژیم های پرنوسان، بیشتر است^۱ و پایداری کمتری دارد. برآوردهای شاخص های احتمالات انتقال p, q به طور آماری در سطح ۹۵ درصد معنادار و نزدیک به ۱ بوده که بیانگر پایداری زیاد نوسانات در داخل هر رژیم به صورت جداگانه است. تغییرات رژیم در نوسانات ممکن است به پایداری زیاد نوسانات منجر شود؛ ولی با به کارگیری مدل انتقال رژیمی، هر رژیم در نوسانات جداگانه عمل می کند و از افزایش پایداری (نوسان پذیری) می کاهد.

جدول ۴. پایداری در مدل های گارچ انتقالی مارکف

مدل های SW-GARCH		پایداری	پایداری کلی
Normal	رژیم کم نوسان	۰/۷۳۳۲	۰/۹۷
	رژیم پرنوسان	۰/۹۷۷۶	
t-استویدنت (۲)	رژیم کم نوسان	۰/۹۹۹۶	۰/۹۵
	رژیم پرنوسان	۰/۹۰۴۹	
t-استویدنت	رژیم کم نوسان	۰/۹۹۹۶	۰/۹۷
	رژیم پرنوسان	۰/۸۸۶۶	
GED	رژیم کم نوسان	۰/۹۸۹۹	۰/۹۵
	رژیم پرنوسان	۰/۰۰۰۲	

منبع: محاسبات تحقیق

۱. پایداری در هر رژیم را به وسیله رابطه $\alpha_1^i + \beta_1^i$ برای هر $i=1,2$ محاسبه می کنند.

نتایج نشان می‌دهد در مدل‌های با درجه آزادی ثابت و در مدل‌های با درجه آزادی متغیر بین دو رژیم، برآوردهای داخل نمونه‌ای بسیار معنی‌داری است. برآوردهای میانگین شرطی همگی معنی‌دار است، تا آنجا که برای نیمی از برآوردهای واریانس ثابت، مخصوصاً ثابت α_0^i ، نمی‌توان فرض صفر را مبنی بر صفر بودن مقدار این شاخص رد کرد. مخصوصاً در جدول ۳، انحراف استاندارد بازدهی‌ها به شرط نوسانات هر رژیم گزارش داده شده است؛ یعنی $\sigma^{(i)} = (\alpha_0^i / (1 - \alpha_1^i - \beta_1^i))^{1/2}$ بوده که این گونه برای تفسیر ساده‌تر است. برآوردها تأیید می‌کند دو رژیم نوسان وجود دارد. رژیم اول با نوسانات کم توصیف شده و در بیشتر مواقع، با پایداری کمتری از شوک‌ها به صورت $\alpha_1^i + \beta_1^i$ بیان می‌شود. رژیم دوم نیز به صورت رژیمی پرنوسان بروز می‌کند و تقریباً همیشه پایداری بیشتری دارد. پایداری کلی هیچ‌گاه کمتر از ۸/۹ نشده است و احتمالات انتقال به شدت معنادار و تقریباً حدود ۱ است، غیر از حالت نرمال که یکی از آن‌ها تقریباً از مقدار واحد بیشتر است، رژیم‌ها عموماً پایدارند.

۶.۴. بررسی داخل نمونه‌ای

در مقایسه بین مدل‌های SW-GARCH این مشکل بزرگ به وجود می‌آید که ممکن است آزمون‌های اقتصادسنجی استاندارد برای تصریح مدل، دیگر مناسب نباشد؛ زیرا بعضی شاخص‌ها تحت فرض صفر تعریف نشده است.^۱ در زمان مقایسه بین مدل‌های SW-GARCH، دیگر نمی‌توان آماره آزمون LR یا همان نسبت درست‌نمایی استاندارد را به کار گرفت. از آنجا که احتمالات انتقال مارکف، تحت فرض صفر مشخص و تعریف شده نیست، آماره آزمون LR، دیگر از توزیع خی‌دو پیروی نمی‌کند (همیلتون و ساسمل، ۱۹۹۴). بنابراین در این پژوهش، از آماره‌های نیکویی برازش بسیاری استفاده شده است تا مدل‌های نوسانات مقایسه شوند. این آماره‌ها شامل معیار اطلاعات آکائیک^۲ (AIC)، معیار اطلاعات بیزی و شوارتز^۳ (SBIC)، معیار اطلاعات هنان-کوین^۴ (HQIC) و مقادیر لگاریتم درست‌نمایی است. معیارهای اطلاعات بر این اساس تغییر می‌کند که این معیارها چگونه تعداد شاخص‌های برآورده شده را جریمه (یا جبران)^۵ می‌کنند. SBIC شاخص‌های اضافی را بیشتر از AIC جبران می‌کنند. معیار SBIC و HQIC سازگار است، درحالی که AIC سازگار نیست، نیز

۱. برای حل این مشکل می‌توان از فرایند شبیه‌سازی استفاده کرد. نک: Hannssen, 1996, 1192.

2. Akaike, 1974.

3. Schwaz, 1978.

4. Hannan & Quinn, 1979.

5. Penalize.

ناسازگار است. مدلی با مقادیر کوچک تر از اطلاعات، دارای ترجیح بیشتری است.^۱ معیارهای ذکر شده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$AIC = \frac{-2L}{T} + \frac{2K}{T} \quad BIC = \frac{-2L}{T} + \frac{K \ln T}{T}$$

$$HQIC = \frac{-2L}{T} + \frac{2K \ln(\ln T)}{T}$$

L مقدار تابع لگاریتم درست نمایی و T تعداد مشاهدات و K تعداد شاخص های برآورد شده است. در جدول ۵، نتایج آماره های نیکویی برازش برای مدل های نوسانات ارائه شده است. مقادیر بزرگ لگاریتم درست نمایی در بین مدل های SW_GARCH با توزیع t-استیودنت ۲ به دست آمده است. نکته قابل توجه آنکه درجه آزادی بین رژیم ها تغییر می کند. معیارهای AIC و SBIC هر دو بیانگر این است که بهترین مدل انتخابی در بین مدل های SW-GARCH، مدل SW-GARCH با توزیع t-استیودنت با درجه آزادی متغیر در بین رژیم هاست.

جدول ۵. نتایج بررسی های داخل نمونه ای برای برآورد و برازش مدل

مدل	SWGARCH-N	SWGARCH-T2	SWGARCH-T	SWGARCH-GED
تعداد شاخص	۱۰	۱۲	۱۱	۱۱
AIC	۰/۵۹	۰/۴۳	-۰/۳۶	۰/۳
BIC	۰/۶۱	۰/۴۶	-۰/۳۴	۰/۴۵
Log(L)	-۸۵۳/۵	-۸۹۷/۰	-۸۶۷/۹	-۸۹۵/۷
MSE1	۰/۱۶	۱/۰۴	۲/۷۰	۱/۱۰
MSE2	۱/۴۰	۱۹۲۸	۲۲/۸	۲۲۰
QLIKE	-۰/۸۸	-۰/۵۸	۰/۹۶	-۰/۵۶
R2LOG	۹/۲۶	۷/۹۴	۲۷/۵۳	۷/۹۸
MAD2	۰/۲۸	۱/۱۷	۳/۴۵	۱/۲۳
MAD1	۰/۲۷	۰/۲۶	۱/۴۷	۰/۲۶
HMSE	۱۶/۲۳	۱۴۵/۳۲	۱/۶۹	۱۶۳/۵۴

منبع: محاسبات تحقیق

طبق معیارهای AIC و HQIC، مدل SW-GARCH با توزیع t-استیودنت و t-استیودنت ۲ بهترین مدل برای نوسانات بازار سهام ایران است. اگر مقادیر تابع لگاریتم درست نمایی مقایسه شود، مدل های SW-GARCH به هر دو نوع توزیع t به صورت واضحی بهتر از سایر اجرا می شوند و مقادیر بیشتری از تابع لگاریتم درست نمایی دارند. علاوه بر این، آماره های نیکویی برازش و توابع زیان آماری بسیاری

۱. برای اطلاعات بیشتر درباره معیارهای انتخاب مدل GARCH نک: مقالات Mckenzie & Mitchell, 2003.

مورد استفاده قرار گرفته اند تا امکان تحلیل عملکرد برآورد داخل نمونه ای مدل های نوسانات فراهم شود.^۱

مربعات بازده روزانه به عنوان نوسانات واقعی در نظر گرفته می شود. همان طور که در جدول ۵ دیده می شود، مدل های با توزیع خطای t رتبه بالاتری نسبت به همه توابع زیان دیگر کسب می کنند. همچنین سه رتبه اول را معمولاً مدل های SW-GARCH با توزیع t -استیودنت کسب می کنند. بنابراین از بررسی نتایج برآورد داخل نمونه ای براساس توابع زیان با معیارهای نیکویی برازش، می توان نتیجه گرفت در توضیح نوسانات بازار سهام ایران، مدل های SW-GARCH با توزیع خطای t ، بهتر از سایر مدل های گارچ انتقالی عمل می کنند. ویژگی دیگر مدل های SW-GARCH این است که پایداری بالای شوک ها در واریانس شرطی را دارند و همان طور که در جدول نیز آمده است، آن طور که انتظار می رفت کوچک نیست. مقایسه مدل های SW-GARCH از نظر پایداری براساس سومین ستون جدول ۵، بیانگر این است که پایداری بالاتر در تصریح اولیه به وسیله مدل های بعدی کاهش می یابد.^۲ این نتایج با یافته های لمورو و لاستراپ (۱۹۹۰) سازگاری دارد. در میان همه مدل ها، مدل SW-GARCH با توزیع t -استیودنت بیشترین کاهش را در نوسانات نشان می دهد.

۷.۴. بررسی خارج از نمونه (پیش بینی)

برای بررسی فرضیه سوم باید از بررسی های خارج از نمونه ای کمک گرفت. فرضیه سوم این بود که دقت پیش بینی مدل های گارچ انتقالی مارکف نسبت به سایر مدل های رقیب، بیشتر است. برای بررسی پیش بینی باید از برآورد خارج از نمونه ای استفاده کرد. داده های مربوط به دوره پیش بینی حدود یک سال و نیم (روزهای باز بازار) از ۱۳۸۸/۰۱/۱۹ تا ۱۳۹۰/۰۱/۱۴ با چهارصد مشاهده است. در این بخش، با اعمال بوتسترپ به اندازه ۳ هزار نمونه گیری با نمونه پایلوت چهارصد (تعداد داده های خارج از نمونه) و با طول بلوک $1/q=p$ به پیش بینی خارج از نمونه پرداختیم.

۱.۷.۴. موارد کاربرد روش بوت استرپینگ

آدر و همکاران (۲۰۰۸)^۳ روش بوت استرپ را برای استفاده در مواقع زیر توصیه کردند:

۱. وقتی توزیع آمارة مدنظر ناشناخته یا پیچیده است؛

۱. اطلاعات بیشتر درباره توابع زیان آماری و نوسانات دقیق در بخش پیش بینی مطرح خواهد شد.

۲. برای مدل های GARCH، براساس مطالعات Marcucci, 2005 مقدار پایداری بیشتری به عنوان مقدار پایداری مدل گزارش شده است.

3. Adèr.

۲. وقتی اندازه نمونه برای استنباطی آماری ناکافی است؛

۳. وقتی محاسبات توانی لازم است انجام شود؛ اما نمونه پیلوت کوچکی در اختیار است.

۵. بوت استرپ بلوک متحرک

از آنجاکه روش بوتسترپ برای نمونه گیری های مستقل است و در این مطالعه، خطاها همبستگی سریالی داشته و وابستگی وجود دارد، روش بوتسترپ معمول کاربرد ندارد. از این رو بوتسترپ با بلوک متحرک با داده های وابسته می تواند مفید باشد. در این حالت، مشاهدات را نمی توان ایستا کرد؛ اما نشان داده شده است که با متغیر بودن طول بلوک از این مشکل جلوگیری می شود. در بوت استرپ، مانا از طول بلوک تصادفی به جای طول بلوک مانا استفاده می کند و طول بلوک ها به طور مستقل از یکدیگر، از توزیعی هندسی با میانگین طول بلوک q انتخاب می شوند. بنابراین طول تصادفی به طور ایدئال کوچک می شود؛ اما به اندازه کافی برای به تصویر کشیدن همبستگی سریالی در داده های اصلی، بزرگ است.

در بخش بعدی، با اعمال بوتسترپ به اندازه ۳ هزار نمونه گیری با نمونه پیلوت چهارصد (تعداد داده های خارج از نمونه) و با طول بلوک $1/q=p$ به پیش بینی خارج از نمونه پرداخته می شود.

جدول ۶. نتایج پیش بینی یک روزه خارج از نمونه

مدل	SWGARCH-N	SWGARCH-T2	SWGARCH-T	SWGARCH-GED
MSE1	۱/۳۷۶	۱/۴۰۰	۱/۳۴۰	۱/۴۰۰
MAPE	۲/۶۸۷	۲/۶۱۳	۲/۸۰۴	۲/۶۱۳
QLIKE	۷/۰۴۷	۶/۸۲۱	۷/۳۱۹	۶/۶۲۱
R2LOG	۳/۳۷۳	۲/۱۷۸	۴/۶۸۳	۲/۱۷۵
MAD2	۱/۶۰۶	۱/۵۸۳	۱/۶۲۴	۱/۵۸۳
MAD1	۳۳/۹۱	۳۰/۳۰	۳۸/۸۶	۳۰/۳۰
HMSE	۱/۰۰۰	۱/۰۰۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۱

منبع: محاسبات تحقیق

در افق پیش بینی یک روزه، بهترین مدل SW-GARCH-t با خطای T است و دومین مدل دارای بهترین رتبه در پیش بینی، مدل های گارچ معمول است. به عبارت دیگر، در افق یک روزه، طبق آماره خطای MSE ابتدا مدل انتقالی گارچ مارکف با توزیع t رتبه اول را با کمترین خطای پیش بینی حدود ۱/۳۴ دارد و سپس مدل های گارچ معمولاً بهترین پیش بینی را انجام می دهند.

جدول ۷. نتایج پیش بینی پنج روزه خارج از نمونه

مدل	SWGARCH-N	SWGARCH-T2	SWGARCH-T	SWGARCH-GED
MSE1	۷/۳۷۴	۷/۳۹۸	۷/۳۳۸	۷/۳۹۸
MAPE	۶/۰۵۰	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵	۶/۰۱۵
QLIKE	۷/۰۴۵	۶/۸۱۶	۷/۳۱۸	۶/۸۱۹
R2LOG	۷/۴۲۵	۹/۳۴۸	۵/۲۳۸	۹/۳۴۸
MAD2	۷/۶۰۴	۷/۵۸۱	۷/۶۴۰	۷/۵۸۱
MAD1	۳۳/۹۴	۳۰/۳۳	۳۸/۸۸	۳۰/۳۳
HMSE	۱/۰۰۳	۱/۰۰۴	۱/۰۰۲	۱/۰۰۴

منبع: محاسبات تحقیق

در این افق پیش بینی نیز بهترین مدل برای پیش بینی دارای کمترین آماره خطای پیش بینی، مدل انتقالی گارچ مارکف با توزیع t با درجه آزادی ثابت است. مقدار MSE آن ۷/۳۳۸ است و در پیش بینی از سایر مدل ها خطای کمتری دارد.

جدول ۸. نتایج پیش بینی ده روزه خارج از نمونه

مدل	SWGARCH-N	SWGARCH-T2	SWGARCH-T	SWGARCH-GED
MSE1	۱/۴۹۴	۱/۴۹۶	۱/۴۹۰	۱/۴۹۶
MAPE	۲/۴۰۹	۲/۴۰۲	۲/۴۲۰	۲/۴۰۲
QLIKE	۷/۰۴۴	۶/۸۱۹	۷/۳۱۷	۶/۸۱۶
R2LOG	۱۳/۷۱۲	۱۵/۹۳۸	۴۳/۱۱	۱۵/۹۳۸
MAD2	۱/۵۱۷	۱/۵۱۴	۱/۵۲۰	۱/۵۱۴
MAD1	۳۳/۹۶	۳۰/۳۷	۳۸/۹۰	۳۰/۳۷
HMSE	۱/۰۰۶	۱/۰۰۸	۱/۰۰۵	۱/۰۰۸

منبع: محاسبات تحقیق

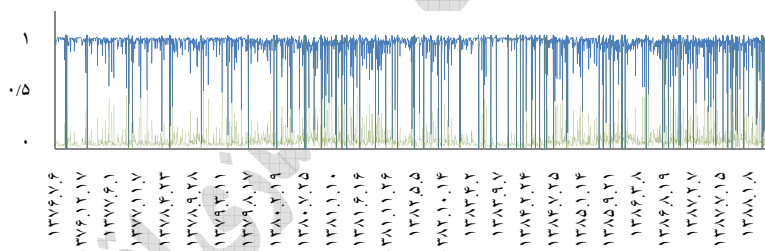
برای پیش بینی فقط نباید به افق های کوتاه مدت بسنده کرد؛ بلکه در بازار بورس، پیش بینی های دوهفته ای نیز برای سرمایه گذاران بسیار جالب توجه است. طبق این جدول، بهترین مدل برای پیش بینی دارای کمترین آماره خطای پیش بینی، مدل انتقالی گارچ مارکف با توزیع t است. طبق جدول ۹، بهترین مدل برای پیش بینی دارای کمترین آماره خطای پیش بینی، مدل انتقالی گارچ مارکف با توزیع t است. نتایج پیش بینی خارج از نمونه برای افق پیش بینی ۲۲ روزه یا ۲ ماهه در این جدول نشان می دهد رتبه اول در پیش بینی متعلق به مدل های گارچ انتقالی مارکف با توزیع t با درجه آزادی ثابت در زمان است که کمترین MSE را دارد. شایان ذکر است که از بین ده مدل، مدل های گارچ انتقالی مارکف رتبه های اول را طبق توابع زیان MAPE، R2LOG و QLIKE و MAD1 به دست آورده اند.

جدول ۹. نتایج پیش بینی ۲۲ روزه خارج از نمونه

مدل	SWGARCH-N	SWGARCH-T2	SWGARCH-T	SWGARCH-GED
MSE1	۳/۳۴۰	۳/۳۴۲	۳/۳۳۶	۳/۳۴۲
MAPE	۱/۱۸۵	۱/۱۸۴	۱/۱۸۲	۱/۱۸۴
QLIKE	۷/۰۴	۶/۶۱۸	۷/۳۲۱	۶/۶۱۸
R2LOG	۲۲/۰۱۷	۲۴/۶۴۸	۱۹/۰۴۰	۲۴/۶۴۸
MAD2	۳/۳۶۳	۳/۳۶۱	۳/۳۶۷	۳/۳۶۱
MAD1	۳۴/۱۷	۳۰/۵۱	۰/۹۳۹	۳۰/۵۱
HMSE	۱/۰۱	۱/۰۱۷	۱/۰۱۰	۱/۰۱۷

منبع: محاسبات تحقیق

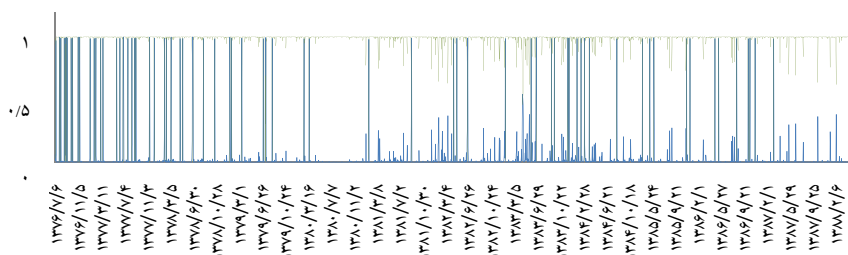
براساس نتایج بالا، کاملاً واضح است که مدل های گارچ انتقالی مارکف با توزیع t -استیودنت، هم در افق پیش بینی کوتاه مدت و هم در افق پیش بینی بلندمدت، بهتر از مدل های دیگر عمل می کنند و رتبه اول را در کمترین خطای پیش بینی دارند. به طور کلی، این گونه استنباط می شود که تقریباً در هر دو افق پیش بینی یک روزه و دوماهه یا ۲۲ روزه، از هفت تابع زیان، حداقل چهار تابع زیان، مدل های گارچ انتقالی مارکف را برای پیش بینی مناسب تر و خطای پیش بینی آن را کمتر می دانند.



شکل ۱. نمودار انتقال رژیم برای مدل SWGARCH-N

منبع: محاسبات تحقیق

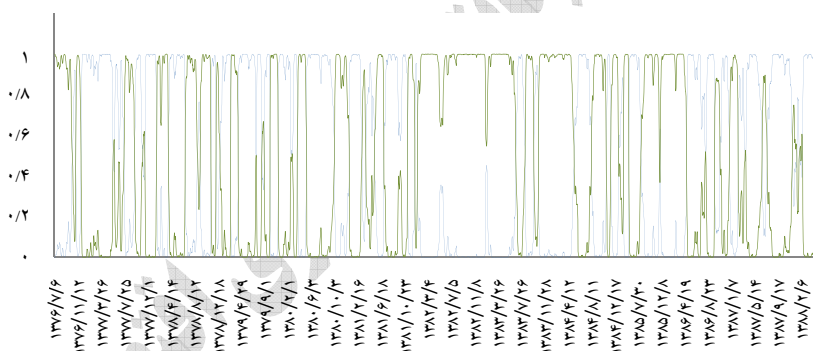
طبق شکل ۱ مشخص می شود مدل گارچ انتقالی مارکف با توزیع خطای نرمال برای داده های بورس اوراق بهادار تهران توانایی، تشخیص چرخش یا انتقال رژیم را ندارد. همچنین احتمالات هموار شده نوسانات دو رژیم کم نوسان و پر نوسان از هم جدا مانده اند و کمتر بین این دو رژیم انتقال رخ داده است. در نقاطی معدود، رژیم کم نوسان به محدوده رژیم پر نوسان راه یافته است؛ اما انتقالی رخ نداده است که بتوان آن را رؤیت کرد. این انتقال ها بسیار کم و کوتاه مدت است و نهایتاً در طول یک هفته، این انتقال های جزئی بین دو رژیم رخ می دهد.



شکل ۲. نمودار انتقال رژیم برای مدل SWGARCH-N

منبع: محاسبات تحقیق

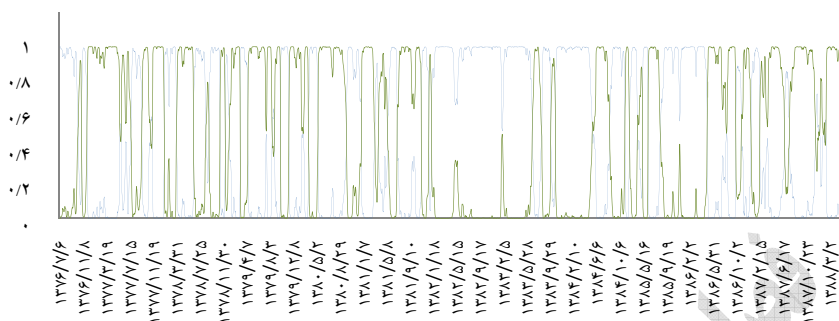
نمودار ۲ نشان‌دهنده احتمالات هموارشده مدل گارچ انتقالی مارکف از طریق توزیع خطای GED است. این نمودار، برخلاف نمودار شکل ۱، نشان می‌دهد با اینکه انتقال‌ها را نمی‌توان تشخیص داد، رژیم پرنوسان به محدوده رژیم کم‌نوسان وارد شده و انتقال‌هایی را بین دو رژیم در حد دو یا سه روز ایجاد کرده است.



شکل ۳. نمودار انتقال رژیم برای مدل SWGARCH-t

منبع: محاسبات تحقیق

نمودار ۳ بیانگر احتمالات هموارشده برای نوسانات در مدل انتقالی گارچ مارکف با توزیع خطای t با شاخص درجه آزادی ثابت بین دو رژیم است. انتقالی بین دو رژیم کم‌نوسان و پرنوسان کاملاً مشهود است. این مدل به خوبی توانسته است انتقال رژیمی را در نوسانات بازار بورس اوراق بهادار تهران به تصویر کشد. نقاط تقاطع بین دو رژیم و تعویض رژیم نوسانات به دلیل عوامل مؤثر بر بورس است که بازار بورس را تحت تأثیر قرار می‌دهد.



شکل ۴. نمودار انتقال رژیم برای مدل SWGARCH-t2

منبع: محاسبات تحقیق

نمودار شکل ۴ نیز احتمالات هموار شده برای مدل گارچ انتقالی مارکف را با توزیع خطای t با شاخص درجه آزادی متغیر بین دو رژیم به تصویر می کشد. این نمودار نیز تغییر رژیم را به خوبی تفکیک کرده است.

۶. نتیجه گیری

در ابتدا عملکرد داخل نمونه ای مدل های گارچ انتقالی مارکف، برای مدل های مختلف با خطاهای متفاوت بررسی و تحلیل شد تا بهترین شکل مدل نوسانات در طول دوره ۱۳۷۶ تا ۱۳۹۰ تعیین شود. براساس نتایج به دست آمده برای بورس اوراق بهادار تهران، مدل های SW-GARCH تحت توزیع با دنباله های پهن (توزیع خطای غیرنرمال) بهترین برازش آماری را از خود نشان داده اند. نکته شایان ذکر اینکه انتخاب فرض توزیع خطای t -استیودنت برای خطاهای استاندارد شده، عملکرد داخل نمونه ای را در مدل های نوسانات بهبود می بخشد. در نهایت، عملکرد پیش بینی خارج از نمونه برای دوره ۱۳۸۸/۱/۱۹ تا ۱۳۹۰/۱/۱۴ با چهارصد مشاهده بررسی شده و نتایج عملکرد مدل های SW-GARCH گزارش شد. سایر نتایج به این شرح است: اول، برای افق پیش بینی کوتاه مدت، یک روزه و یک هفته ای، مدل های SW-GARCH رتبه های بالاتری را در پیش بینی دقیق تر به خود اختصاص می دهند. همچنین دقیق ترین پیش بینی را مدل SW-GARCG با توزیع خطای t -استیودنت انجام می دهد. پیشرفت دیگر مدل های SW-GARCH در مقایسه با سایر مدل ها این است که نوسان پذیری (پایداری) بالا در نوسانات موجود در مدل های گارچ را رفع می کند و این پایداری را کاهش می دهد. درجه پایداری از طریق مجموع ضریب شاخص های ARCH و GARCH در مدل های SW-

GARCH درجه پایداری نوسانات را ارائه می کند و این مقدار پایداری برای مدل های گارچ انتقالی مارکف به طور واضح کمتر است.

منابع و مآخذ

- ابراهیمی، علیرضا (۱۳۸۵)، مدل های ARCH, GARCH و کاربرد آن ها در تحلیل های اقتصادی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم.
- ابونوری، اسمعیل و رضا ایزدی (۱۳۸۵)، «ارزیابی اثر روزهای هفته در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوهای ARCH, GARCH»، تحقیقات اقتصادی، ش ۷۲، دانشگاه تهران، ص ۱۶۳ تا ۱۹۰.
- ابونوری، اسمعیل و علیرضا عرفانی (۱۳۸۷)، «الگوی چرخشی مارکف و پیش بینی احتمال وقوع بحران نقدینگی در کشورهای عضو اوپک»، پژوهش نامه اقتصادی، سال ۸، شماره ۳ (پیاپی ۳۰)، صص ۱۷۴-۱۵۳.
- ورزین و ش، اسدالله و حامد شکوری و محمدرضا قاضی عسگر (۱۳۸۸)، بررسی بازدهی سهام و تورم در ایران، رویکرد مارکف سوئیچینگ، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
- کشاوری زحداد، غلامرضا و آرش بابایی (۱۳۸۷)، بررسی تلاطم بازده سهام در بورس تهران با استفاده از داده های پانل و مدل گارچ، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شریف، دانشکده مدیریت و اقتصاد.
- گجراتی، دامودار (۱۳۸۵)، مبانی اقتصادسنجی، ترجمه حمید ابریشمی، ج ۲، تهران: دانشگاه تهران.
- Akaike, H.(1974), "A New look at the Statistical Model Identification. Automatic Control, IEEE Transactions", 19(6): 716-723.
- Alexander C. Market Models(2001), "A Guide to Financial Data Analysis", John Wiley and Son, UK.
- Alexander, C.(1999), "Risk Management and Analysis", Volume 1: Measuring and Modelling Financial Risk, John Wiley and Sons, New York, NY.
- Bollerslev, T.(1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Journal of *Econometrics*, 31(3): 307-327.
- Cai, J.(1994), "A Markov Model of Unconditional Variance in ARCH", Journal of *Business and Economic Statistics*, 12(3): 309-316.
- Daouk H. and J. Q. Guo(2004), "Switching Asymmetric GARCH and Options on a Volatility Index", Journal of *Futures Markets*, 24(3): 251-282.
- Dueker, M. J.(1996), "Markov Switching in GARCH Processes and Mean-Reverting Stock Market Volatility", Journal of *Business and Economic Statistics*, 15(1): 26-34.
- Engle R. F. and A. J. Patton (2001), "What Good is a Volatility Model? Quantitative Finance", Taylor and Francis Journals, vol. 1(2): 237-245.

Engle R. F. and T. Bollerslev(1986), "Modeling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews*, 5: 1-50.

Engle R. F. and V. K. Ng(1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *Journal of Finance*, 48: 1749-78.

Engle, Robert. F(1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimation of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 987-1007.

Granger C. W. J. and S. H(2003), "Poon. Forecasting Financial Market Volatility", A review. *Journal of Economic Literature*, 41(2): 478-539.

Gray, S.(1994), "Modelling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process", *Journal of Financial Economics*, 42(1): 27-62.

Hamilton J. D(1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Non-Stationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, 57: 357-84.

Hamilton J. D(1990), "Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime", *Journal of Econometrics*, 45: 39-70.

Hannan E. J. and B. G. Quinn(1979), "The Determination of the Order of an Autoregression", *Journal of The Royal Statistical Society*, 41(2): 190-195.

Kardag, Mehmet Al(2008), "Analysis of Turkish Stock Market with Markov Regime Switching Volatility Models".MA thesis, Institute of Applied Mathematics (IAM).

Ljung G. M. and G. E. P. Box(1978), "On a Measure of Lack Affect in Time Series Models", *Biometrika*, 65: 297-303

Marcucci, J(2005), "Forecasting Stock Market Volatility With Regime-Switching GARCH Models", *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 9(4).

Pagan, Adrian R., and G. William Schwert(1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, 45, 267-90.

Patton A. J(2005), "Volatility Forecast Comparison Using Imperfect Volatility Proxies", quantitative Finance Research Centre, *University of Technology*, Sydney. (175).

Patton A. J. and K. Sheppard(2007), "Evaluating Volatility and Correlation Forecasts", *Oxford Financial Research Centre Working Papers Series*.

Schwarz G (1978), "Estimating the Dimension of a Model", *The Annals of Statistics*, 6(2): 461-464.

Susmel, R (2000), "Switching Volatility in Private International Equity Markets", *International Journal of Finance and Economics*, 5(4): 265-283.